**ESTIMASI PARAMETER SECARA STATISTIS**

**(STATISTICAL PARAMETER ESTIMATION)**

* Adalah teknik statistika untuk mengetahui parameter dalam populasi (rata-rata μ, standar deviasi σ, proporsi p, koefisien korelasi ρ, dsb) dengan menggunakan statistik dalam sampel acak yang sesuai (rata-rata , standar deviasi s, proporsi , koefisien korelasi r, dsb).
* Parameter disebut juga true value dan statistik disebut juga estimate value atau estimator. Jadi  adalah estimator untuk μ, s adalah estimator untuk σ, dst
* Ada dua jenis estimasi yaitu estimasi titik (point estimation) dan estimasi interval (interval estimation).
* **Point estimation** : Mengestimasi suatu parameter berdasarkan satu nilai saja. Misalnya mengestimasi μ dengan  → μ = , tentu saja hasil estimasi ini tidak memberikan tingkat keyakinan tertentu.
* **Interval estimation** : Mengestimasi suatu parameter berdasarkan banyak nilai dalam suatu interval tertentu, sehingga hasil estimasi interval akan memberikan tingkat keyakinan tertentu.

Misalnya untuk mengestimasi μ digunakan interval estimasi :  − d < μ <  + d atau μ =  ± d dimana d adalah perbedaan true value dan estimate value (difference) yang dikehendaki. Selanjutnya, d ini disebut juga sebagai estimation error atau kekeliruan estimasi atau galat estimasi.

* Besarnya d akan tergantung pada : (1) ukuran sampel acak yang digunakan, (2) tingkat keyakinan (level of confidence), dan (3) distribusi probabilitas untuk statistik (estimate value) yang digunakan. Sehingga interval konfidens untuk estimasi suatu parameter, misalnya μ dapat dituliskan sebagai : P( − d < μ <  + d) = 1 − α
* 1 − α adalah level of confidence (tingkat keyakinan) yang merupakan pernyataan probabilitas, sehingga nilainya adalah 0 ≤ 1 − α ≤ 1.
* Menentukan d, misalnya untuk mengestimasi μ dengan  menggunakan level of confidence 1 − α. Dalam hal ini,  ~ N(μ;σ/√n) yang ditransformasikan menjadi angka baku Z dengan rumus :

 dan Z ~ N(0;1)

 → μ =  + Z  → μ =  ± Z0.5α  jadi d = Z0.5α 

sehingga interval konfidensnya adalah :

P(− Z0.5α  < μ <  + Z0.5α ) = 1 − α

**ESTIMASI RATA-RATA (μ)**

**Kasus Sampel Besar (n ≥ 30) dan atau σ diketahui**

* Untuk Infinite Population

 jika σ diketahui

 jika n ≥ 30

* Untuk Finite Population

 jika σ diketahui

 jika n ≥ 30

**Kasus Sampel Kecil (n < 30) dan atau σ tidak diketahui**

* Untuk Infinite Population



* Untuk Finite Population



dengan df = n − 1

SOAL-SOAL ESTIMASI RATA-RATA

1. Telah diambil secara acak sampel yang terdiri dari 100 orang mahasiswa sebuah universitas di Jakarta. Melalui test IQ terhadap 100 mahasiswa tersebut diperoleh rata-rata IQ sebesar 112 dan varians 100. Dengan menggunakan tingkat keyakinan (*confidence level*) sebesar 95%, tentukan interval konfidens untuk nilai rata-rata IQ seluruh mahasiswa universitas tersebut.

Diketahui : n = 100  

1 – α = 0.95 → 0.5α = 0.025 → Z0.025 = 1.96

Ditanyakan : P( . . . < μ < . . . ) = 0.95

Jawab : 



 → 

Kita merasa yakin sebesar 95% bahwa rata-rata IQ seluruh mahasiswa universitas tersebut antara 110.04 dan 113.96

1. Seorang petani apel ingin mengetahui rata-rata berat buah apel hasil kebunnya. Untuk itu, diambil sampel secara acak 10 buah apel dengan berat masing-masing (gram) : 142, 157, 138, 175, 152, 149, 148, 200, 182, dan 164. Jika petani tersebut merasa yakin 95% bahwa rata-rata berat buah apel akan tercakup dalam interval estimasi, maka tentukanlah interval estimasinya tersebut.

Diketahui : n = 10 

 → 

1 – α = 0.95 → 0.5α = 0.025 → t0.025;df=9 = 2.262

Ditanyakan : P( . . . < μ < . . . ) = 0.95









Petani tersebut merasa yakin sebesar 95% bahwa rata-rata berat buah apel hasil kebunnya ada antara 146.66 gram dan 174.74 gram.

1. Sebuah populasi yang berdistribusi Normal terdiri dari 1000 data mempunyai simpangan baku 5,75. Kemudian diambil sampel acak berukuran 80 data dengan rata-rata 68,6. Tentukan interval keyakinan 95% untuk rata-rata populasi tersebut.
2. Untuk menjaga cash-flow yang aman, sebuah perusahaan pemasok bahan bangunan ingin mengestimasi rata-rata saldo kredit dari para debiturnya. Untuk itu, diambil secara acak sampel berukuran 25 debitur, dan diperoleh rata-rata saldo kredit sebesar US$ 3200 dengan standar deviasi US$ 350. Tentukan interval estimasi rata-rata saldo kredit para piutang perusahaan tersebut, sehingga pimpinan perusahaan akan merasa yakin sebesar 90% terhadap kebenaran estimasi tersebut.
3. Untuk meningkatkan mutu pelayanan, manajemen Cafe MaFia melakukan penelitian terhadap para pelanggannya selama tiga bulan. Dari hasil observasi secara acak terhadap 100 pelanggan diperoleh data sebagai berikut :

* Rata-rata waktu santap para pelanggan adalah 45 menit dengan standar deviasi 10 menit.
* Rata-rata pembelian para pelanggan Rp 125.000,- dengan standar deviasi Rp 25.000,-

Jika manajemen Cafe tersebut merasa yakin sebesar 95% bahwa hasil penelitiannya akan tercakup dalam interval estimasi (interval konfidens), maka tentukan interval konfidens untuk :

1. Rata-rata waktu santap para pelanggannya
2. Rata-rata pembelian para pelanggannya

**ESTIMASI PROPORSI (p)**

**Kasus Sampel Besar (n ≥ 30)**

* Untuk Infinite Population



* Untuk Finite Population



**Kasus Sampel Kecil (n < 30)**

* Untuk Infinite Population



* Untuk Finite Population



dengan df = n − 1

SOAL-SOAL ESTIMASI PROPORSI

1. Dari hasil survey yang dilakukan suatu *research agency* mengenai kebiasaan ibu rumah tangga menyaksikan tayangan iklan di TV Swasta. Ternyata diperoleh hasil bahwa 76 orang dari 180 orang ibu rumah tangga yang dipilih secara acak, biasa menyaksikan tayangan iklan paling sedikit 2 jam per minggu. Jika peneliti tersebut menggunakan taraf konfidens sebesar 90%, maka tentukan interval estimasi seluruh ibu rumah tangga yang biasa menyaksikan tayangan iklan paling sedikit 2 jam per minggu.

Diketahui : Misalkan X adalah ibu rumah tangga yang biasa menyaksikan tayangan iklan paling sedikit 2 jam per hari. n = 180 dan X = 76 sehingga 

1 – α = 0.90 → 0.5α = 0.05 → Z0.05 = 1.645

Ditanyakan : P( . . . < p < . . . ) = 0.90

Jawab : 









Kita merasa yakin sebesar 90% bahwa proporsi ibu-ibu yang biasa menyaksikan tayangan iklan paling sedikit 2 jam per hari antara 35.9% dan 48.1%

1. Sebuah sampel acak yang terdiri dari 100 buruh tani, ternyata sebanyak 64 buruh tani tersebut juga sebagai pemilik tanah. Tentukanlah interval keyakinan sebesar 95% untuk mengestimasi proporsi buruh tani yang juga sebagai pemilik tanah.
2. Dari hasil pemeriksaan mutu terhadap sebuah sampel acak ban mobil yang diproduksi PT. BB, ternyata sebanyak 20% tidak memenuhi standar mutu. Tentukanlah interval konfidens sebesar 90% untuk proporsi ban yang tidak memenuhi standar mutu, jika digunakan ukuran sampel :
3. n = 10
4. n = 25
5. n = 100
6. Seperempat dari 300 konsumen yang diwawancarai secara acak menyatakan tidak suka sabun mandi merk "X". Jika digunakan taraf konfidens 95%, tentukanlah interval estimasi seluruh konsumen yang tidak menyukai sabun merk "X" tersebut.

Diketahui : n = 300  1 – α = 0.95 → 0.5α = 0.025 → Z0.025 = 1.96

Ditanyakan : P( . . . < p < . . . ) = 0.95

Jawab : 







Kita merasa yakin sebesar 95% bahwa proporsi konsumen yang tidak menyukai sabun mandi merk X antara 20.1% dan 29.9%.

**ESTIMASI BEDA DUA RATA-RATA**

**A. Kasus σ1 = σ1 = σ diketahui :**

* **Untuk Infinite Population**



* **Untuk Finite Population**



dimana 

**B. Kasus σ1 ≠ σ1 diketahui :**

* **Untuk Infinite Population**



* **Untuk Finite Population**



dimana 

C. Kasus σ1 = σ1 tidak diketahui **:**

* **Untuk Infinite Population**



* **Untuk Finite Population**



dimana 

 df = n1 + n2 − 2

**D. Kasus σ1 ≠ σ1 tidak diketahui :**

* **Untuk Infinite Population**



* **Untuk Finite Population**



dimana    

 

SOAL-SOAL ESTIMASI BEDA DUA RATA-RATA

1. Sampel acak yang terdiri dari 22 orang buruh perusahaan A telah diperiksa ternyata rata-rata waktu menyelesaikan pekerjaannya per unit barang adalah 12 menit dengan standar deviasi 2 menit. Sedangkan dari perusahaan B yang sejenis diambil sampel acak berukuran 20, setelah diperiksa ternyata rata-rata menyelesaikan pekerjaan yang sama adalah 11 menit dengan standar deviasi 3 menit. Tentukanlah interval keyakinan sebesar 95% untuk mengestimasi beda rata-rata waktu penyelesaian pekerjaan semua buruh di perusahaan A dan perusahaan B. Asumsi σ1 = σ2

Diketahui : n1 = 22  s = 2 n1 = 20  s = 3

Karena σ1 = σ2 tidak diketahui, maka digunakan rumus interval konfidens untuk kasus C. Sehingga 1 – α = 0.95 → α = 0.05 → dengan 0.5α = 0.025 dan df = 40 dari tabel t diperoleh t0.025;df=40 = 2.021

Ditanyakan : 

Jawab : 

 →  → sp = 2.524876235





 → 

Kita merasa yakin sebesar 95% bahwa beda rata-rata waktu penyelesaian pekerjaan semua buruh di perusahaan A dan perusahaan B antara – 0.58 dan 2.58 menit.

Tentukan interval konfidens tersebut jika diasumsikan σ1 ≠ σ2

Tentukan interval konfidens jika n1 = 100 dan n2 = 50 dengan asumsi (a) σ1 = σ2 dan (b) σ1 ≠ σ2

1. Berdasarkan hasil survey sampel mengenai rata-rata pendapatan keluarga per tahun di dua desa yang berbeda, yaitu Desa A dan Desa B. Dari Desa A diambil secara acak sampel berukuran 100 dan diperoleh rata-rata pendapatan Rp 5,9 juta dengan varians Rp 0,81 juta. Sedangkan dari Desa B diambil secara acak sampel berukuran 120 dan diperoleh rata-rata pendapatan Rp 5,8 juta dengan varians Rp 0,64 juta. Jika digunakan taraf konfidens 95%, tentukan interval estimasi perbedaan rata-rata pendapatan keluarga per tahun di kedua desa tersebut.

**ESTIMASI BEDA DUA PROPORSI**

**Kasus Sampel Besar**

* Untuk Infinite Population





* Untuk Finite Population





**Kasus Sampel Kecil**

* Untuk Infinite Population





* Untuk Finite Population





SOAL-SOAL ESTIMASI DUA PROPORSI

1. Dua sampel acak masing-masing terdiri 700 mahasiswa dan 500 mahasiswi yang mengunjungi suatu bazar buku murah. Ternyata setelah kedua sampel tersebut diperiksa, terdapat 392 mahasiswa dan 325 mahasiswi yang merasa puas dengan adanya bazar tersebut. Tentukan interval konfidens sebesar 98% untuk mengestimasi perbedaan proporsi mahasiswa dan mahasiswi yang merasa puas terhadap bazar buku murah tersebut.

Diketahui : n1 = 700 x1 = 392 → n2 = 500 x2 = 325 → 

Karena sampelnya besar, maka 1 – α = 0.98 → 0.5α = 0.01→ Z0.01 = 2.32

Ditanyakan : P( … < p1 – p2 < … ) = 0.98

Jawab :

 → 





 →

Kita merasa yakin sebesar 98% proporsi mahasiswi yang merasa puas terhadap bazar buku lebih besar daripada mahasiswa antara 2.4% dan 15.6%.

1. Untuk mengetahui perbedaan proporsi ketaatan pemilik mobil melunasi PKB d Kota A dan Kota B, diambil secara acak sampel di Kota A sebanyak 100 mobil dan ternyata 72 mobil telah melunasi PKB. Sedangkan di Kota B dari sampel acak sebanyak 100 mobil, ternyata 66 mobil yang sudah melunasi pajaknya. Tentukanlah interval konfidens sebesar 90% untuk mengestimasi beda proporsi pemilik mobil yang taat melunasi pajak di kedua kota tersebut.

**MENENTUKAN UKURAN SAMPEL DALAM ESTIMASI PARAMETER SECARA STATISTIS**

* Dalam estimasi parameter secara statistis, ukuran sampel (n) minimal dapat dihitung jika diketahui :
  1. Besarnya estimation error (d) maksimal yang dikehendaki
  2. Tingkat keyakinan (level of confidence) yang dikehendaki
  3. Parameter yang akan diestimasi
  4. Standar error (standar deviasi statistik) berdasarkan hasil survey terdahulu atau asumsi

* Jika yang akan diestimasi adalah rata-rata (μ) :

 → →  → 

* Jika yang akan diestimasi adalah proporsi (p) :

 →  →  →  →



SOAL-SOAL MENENTUKAN n DALAM ESTIMASI PARAMETER SECARA STATISTIS

1. Depkes dan Depdiknas bekerjasama untuk mengadakan penelitian mengenai persentase murid SD yang sakit gigi. Supaya dengan taraf konfidens 95% diperoleh perbedaan antara persentase sebenarnya dengan persentase dugaan tidak lebih dari 4%, maka harus berapa murid SD yang dijadikan sampel.
2. Mr. X akan dinyatakan menang dalam pemilihan gubernur, jika ia berhasil mengumpulkan suara paling sedikit 51%. Dari pemilihan sebelumnya ia mendapatkan suara 55%. Untuk menjajagi pencalonan Mr. X agar terpilih lagi menjadi gubernur yang ketujuh kalinya, maka diambil sampel acak berukuran n pemilih. Agar Mr. X merasa yakin 95% akan terpilih lagi menjadi gubernur untuk ketujuh kalinya, maka berapakah n tersebut.
3. Berapakah ukuran sampel yang diperlukan untuk mengestimasi rata-rata pengeluaran konsumsi per bulan penduduk Desa Z, jika dengan taraf konfidens 95% diinginkan kekeliruan estimasi tidak lebih dari Rp 25.000. Berdasarkan hasil survey tahun sebelumnya ditunjukkan bahwa rata-rata pengeluaran konsumsi per bulan penduduk Desa Z tersebut adalah Rp 700.000 dengan standar deviasi Rp 200.000.
4. Dua buah populasi berdistribusi Normal dengan simpangan baku sama besar yaitu 8,4. Selanjutnya dari masing-masing populasi diambil secara acak sampel yang berukuran sama yang digunakan untuk mengestimasi beda rata-rata populasi. Jika taraf konfidens 95% dan kekeliruan estimasi tidak lebih dari 2,5, maka tentukanlah masing-masing ukuran kedua sampel tersebut.
   1. For the following result from samples from populations, what are the point estimates for the mean, the variance, the standard deviation, and the standar deviation of the sample mean ?
      1. n = 9, 
      2. n = 16, 
      3. n = 9, 
      4. n = 25, 
      5. n = 16, 
   2. For each of the following samples from normal population, find the point estimates for μ, σ2, σ, standard deviation of the sample mean .
      1. 6, 15, 3, 12, 6, 21, 15, 18, 12
      2. 4, 10, 2, 8, 4, 14, 10, 12, 8
      3. 2, 5, 9, 11, 13
      4. 1, 3, 3, 5, 6, 6
      5. − 4, 2, − 6, 0, − 4, 6, 2, 4, 0
      6. 6676, 6678, 6681, 6680, 6681, 6678
   3. A real estate broker for Geselman and Associates randomly selected four properties from a subdivision, and a appraiser gave an opinion on the value of each property value as $17, $21, $21, and $21 thousand.
      1. Find the best point estimate for the mean property value of the properties in the subdivision.
      2. Find the best point estimate for the variance of the property values in the subdivision.
      3. Find the point estimate for the standard deviation of the property values in the subdivision.
      4. Find the point estimate for the standard deviation of the sample mean property value for the properties in the subdivision.

* 1. A consumer advocate randomly selected nine prescription drug items at an American Drug pharmacy and found the value of the suggested retail prices minus the actual retail prices as $0, $8, $0, $0, $3, $0, $3, $5, and $− 1.
     1. Find the best point estimate for the mean difference in suggested and actual prices of the prescription drug items in the pharmacy.
     2. Find the best the point estimate for the variance of the difference in suggested and actual retail prices of the prescription drug items in the pharmacy.
     3. Find the point estimate for the standard deviation of the difference in suggested and actual retail prices of the prescription drug items in the pharmacy.
     4. Find the best the point estimate for the standard deviation of the sample mean the difference in suggested and actual retail prices of the prescription drug items in the pharmacy.
  2. Asumming you have random samples from normal population with known standard deviation, find confidence intervals for the mean that have the specified level of confidence.
     1. n = 9, 
     2. n = 16, 
     3. n = 25, 
  3. A Florida State highway Departement inspector is interested in knowing the mean weight of commercial vehicles travelling on the roads in his state. He takes a sample of 100 randomly selected trucks passing through state weigh stations and finds the mean gross weight  tons. The standard deviations is known and equals 4.2 tons. Construct a 95% confidence interval for the mean gross weight of commercial vehicles traveling the highway of this state. Assume that the weights are normally distributed.

* 1. Assuming you have samples from normal population with known standard deviation, find the following :
     1. The level of confidence used if n = 16, σ = 8, and the total width of confidence interval for the mean is 3.29 units.
     2. The sanple size when σ = 10 and the 95% confidence interval for the mean is from 17.2 to 22.8.
     3. The known standard deviation when n = 100 and the 98% confidence interval for the mean is 23.26 unit in width.

1. Find the value of t for the following conditions.
   1. The probability of a larger value is 0.005 when ν (degrees of freedom) is equal to 28
   2. The probability of a smaller value is 0.975 when ν = 24
   3. The probability of a larger value, sign ignored, is 0.10 when ν = 20
2. Find the value of t such that the probability of a larger value is 0.005 when the value for the degrees of freedom is very large.
3. Find the value of t such that the probability of a smaller value is 0.975 when the value for the degrees of freedom is very large
4. Are the t value essentially the same as corresponding Z value when the value of the degrees of freedom is vey large ?